Валерий Галасюк *– академик АЭН Украины, генеральный директор аудиторской фирмы «КАУПЕРВУД» (г. Днепропетровск), член Президиума Совета Союза аудиторов Украины, член Аудиторской Палаты Украины, председатель ревизионной комиссии Украинского общества оценщиков, заместитель председателя Правления Ассоциации налогоплательщиков Украины*
Виктор Галасюк *– директор департамента кредитного консалтинга информационно-консалтинговой фирмы «ИНКОН-ЦЕНТР» (консалтинговая группа «КАУПЕРВУД»), лауреат конкурсов молодых оценщиков Украинского общества оценщиков*

Математика – единственный совершенный метод,
позволяющий провести самого себя за нос
Эйнштейн

Мое дело сказать правду, а не заставить верить в нее
Руссо

®

ЭФФЕКТ «G-ГИПЕРБОЛИЗМА» ИЛИ КАК СРАВНИВАТЬ НЕСРАВНИМОЕ*

Данная статья посвящена фундаментальной проблеме, возникающей в процессе численного сравнения величин. Сущность этой проблемы заключается в том, что **при определенных условиях различные способы численного сравнения одних и тех же величин фиксируют разную степень их неравенства**. Уникальность данной проблемы состоит не столько в том, что она до сих пор не была решена, хотя, казалось бы, процедуры численного сравнения досконально изучены и не вызывают вопросов даже у школьников, сколько в том, что она до сих пор не нашла должного отражения в общественном сознании и, что еще более важно, в практической деятельности.

Как известно, численно сравнивать две величины можно либо отвечая на вопрос «На сколько одна величина больше другой?», либо отвечая на вопрос «Во сколько раз одна величина больше другой?». То есть для того, чтобы численно сравнить две величины необходимо либо вычесть одну из другой ($X - Y$), либо разделить одну на другую ($\frac{X}{Y}$). При этом, как показали исследования, существует всего два исходных типа критериев численного сравнения величин: $X - Y$ и $\frac{X}{Y}$, и ни один из них не имеет исключительного права на существование [1,с.196-203,2-8].

Возможны всего 13 качественно различающихся вариантов соотношения на числовой оси значений двух сравниваемых величин X и Y (см. рис.1)**.

---

* Посвящается Галасюк Марии Валерьевне в день ее однолетия.

** Зафиксировано Валерием Галасюком.

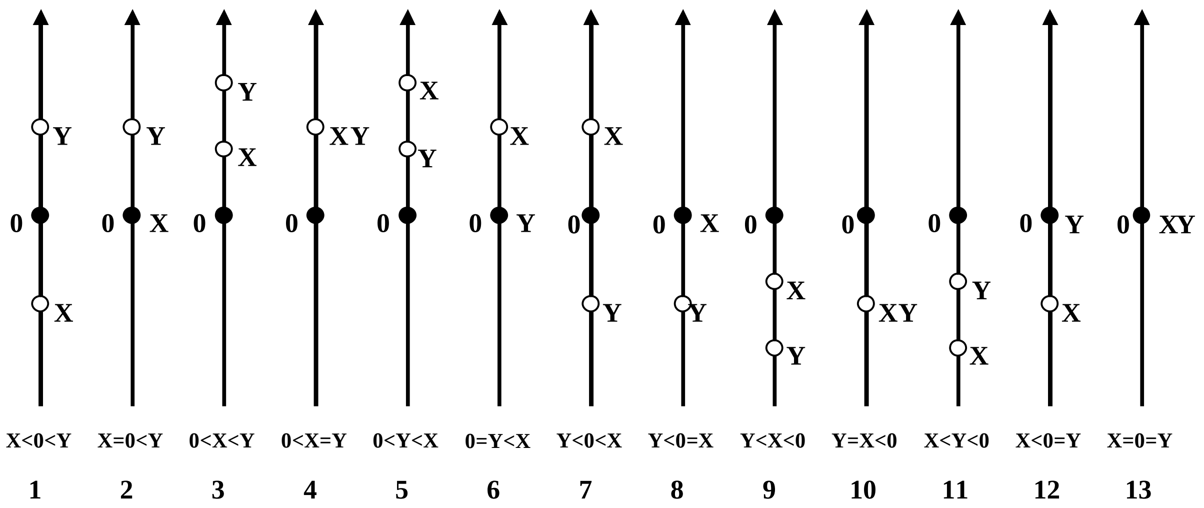

Рис. 1. «Четки Галасюка»

При сравнении двух величин X и Y на базе критерия сравнения $X-Y$ при любом варианте их соотношения на числовой оси не возникает проблем. Ведь независимо от значений величин X и Y, критерий сравнения $X-Y$ однозначно характеризует расстояние между точками X и Y на числовой оси.

Вместе с тем использование критерия сравнения $\frac{X}{Y}$ для сравнения величин X и Y при некоторых вариантах их соотношения на числовой оси может привести к возникновению специфических проблем. Например, при сравнении величин 0,0100000001 и 0,0000000001, соответствующих варианту 5 на «четках Галасюка», использование критерия сравнения $X-Y$ показывает, что первое число больше второго на 0,01, а использование критерия сравнения $\frac{X}{Y}$ показывает, что первое число больше второго в 100 000 001 раз. **Таким образом, при определенном соотношении сравниваемых величин на числовой оси, критерий сравнения $X-Y$ указывает на *незначительную степень неравенства* сравниваемых величин X и Y, а критерий сравнения $\frac{X}{Y}$ указывает на *значительную степень их неравенства*.**

Или, например, при сравнении величин 1 000 000 000 100 и 1 000 000 000 000, соответствующих тому же варианту 5 на «четках Галасюка», использование критерия сравнения $X-Y$ показывает, что первое число больше второго на 100, а использование критерия сравнения $\frac{X}{Y}$ показывает, что первое число приблизительно равно второму, поскольку оно больше второго числа лишь в 1,0000000001 раз. **Таким образом, при определенном соотношении сравниваемых величин на числовой оси, критерий сравнения $X-Y$ указывает на *значительную степень неравенства* сравниваемых величин X и Y, а критерий сравнения $\frac{X}{Y}$ указывает на *незначительную степень их неравенства*.**

Поскольку проблема, о которой идет речь в данной статье, возникает лишь при использовании критерия сравнения $\frac{X}{Y}$, то для ее изучения рассмотрим сравнение двух величин **m** и **n** на базе критерия сравнения $\frac{X}{Y}$. Для сравнения этих величин разделим **m** на **n**: $\frac{m}{n}$.

Анализ результатов сравнения величин **m** и **n** осуществим в два этапа: на первом неизменным примем знаменатель отношения $\frac{m}{n}$ – величину **n**, на втором числитель - величину **m** (см.рис.2).

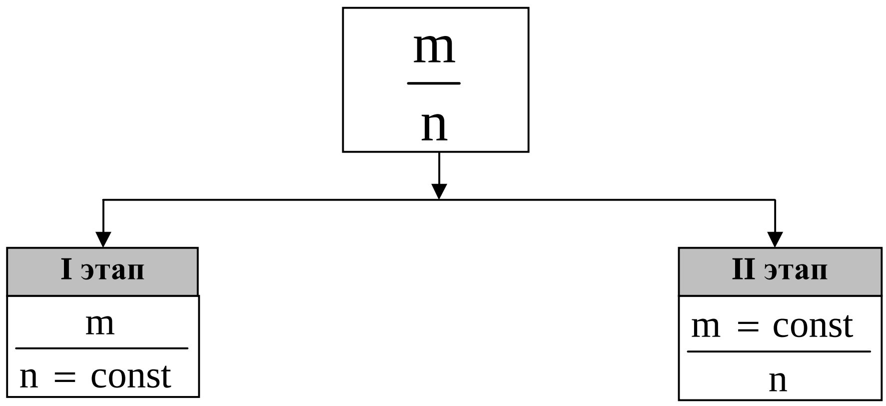

Рис.2. Этапы анализа результатов сравнения величин m и n на базе критерия сравнения $\frac{X}{Y}$

Для осуществления первого этапа анализа построим график зависимости отношения $\frac{m}{n}$ от величины **m** (см.рис.3), при этом следует отметить, что при **n**=0 отношение $\frac{m}{n}$ не определено.

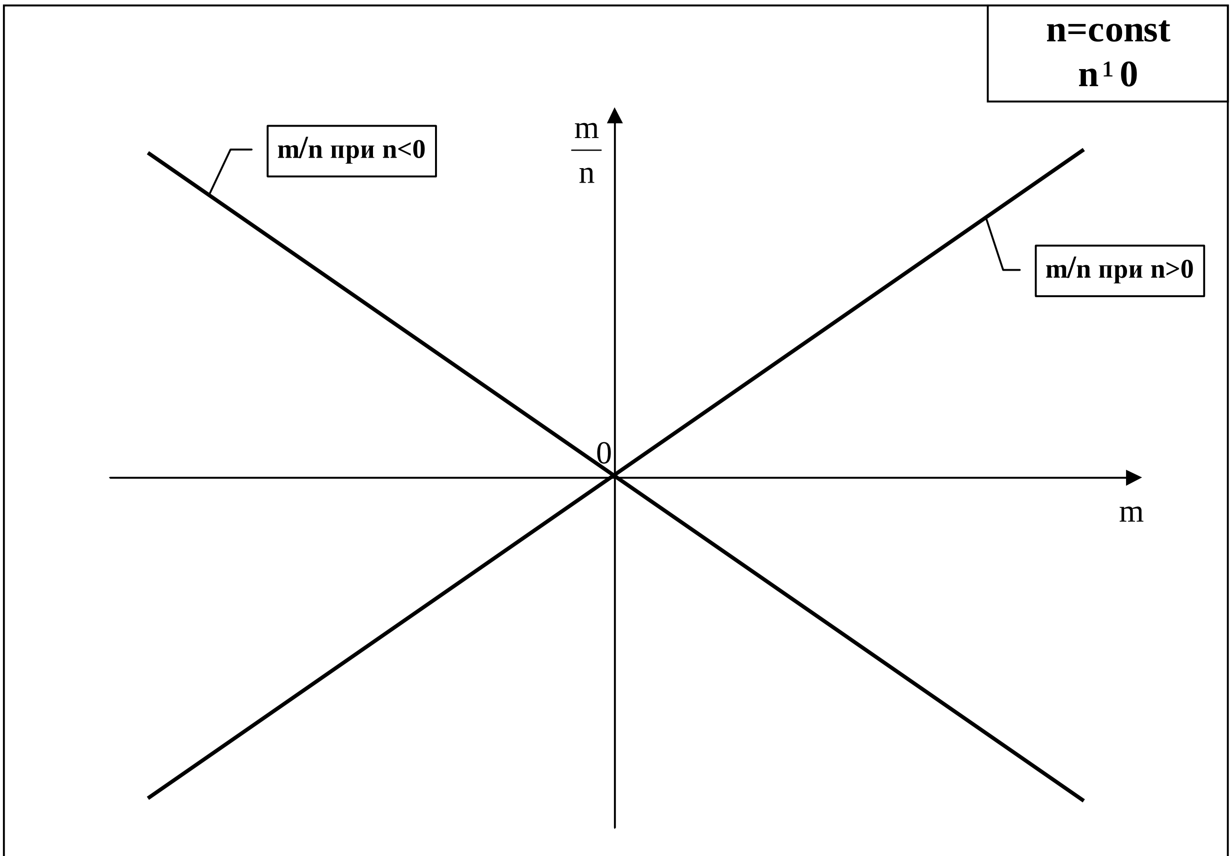

Рис.3. Зависимость отношения $\frac{m}{n}$ от величины m

Как видно на рисунке 3, если n=const, n≠0, то при $|m| \to \infty$ отношение $|\frac{m}{n}| \to \infty$, а при $|m| \to 0$ отношение $|\frac{m}{n}| \to 0$.

Для осуществления второго этапа анализа, построим график зависимости отношения $\frac{m}{n}$ от величины **n** (см.рис.4), при этом следует отметить, что при **n**=0 отношение $\frac{m}{n}$ не определено.

Как видно на рисунке 4, если m=const, m≠0, n≠0, то при $|n| \to \infty$ отношение $|\frac{m}{n}| \to 0$, а при $|n| \to 0$ отношение $|\frac{m}{n}| \to \infty$. **Следует обратить внимание, что при возрастании значений |n| равные изменения |n| влекут все меньшие изменения отношения $|\frac{m}{n}|$. А при приближении к нулю значений |n| равные изменения |n| влекут все большие изменения отношения $|\frac{m}{n}|$.**

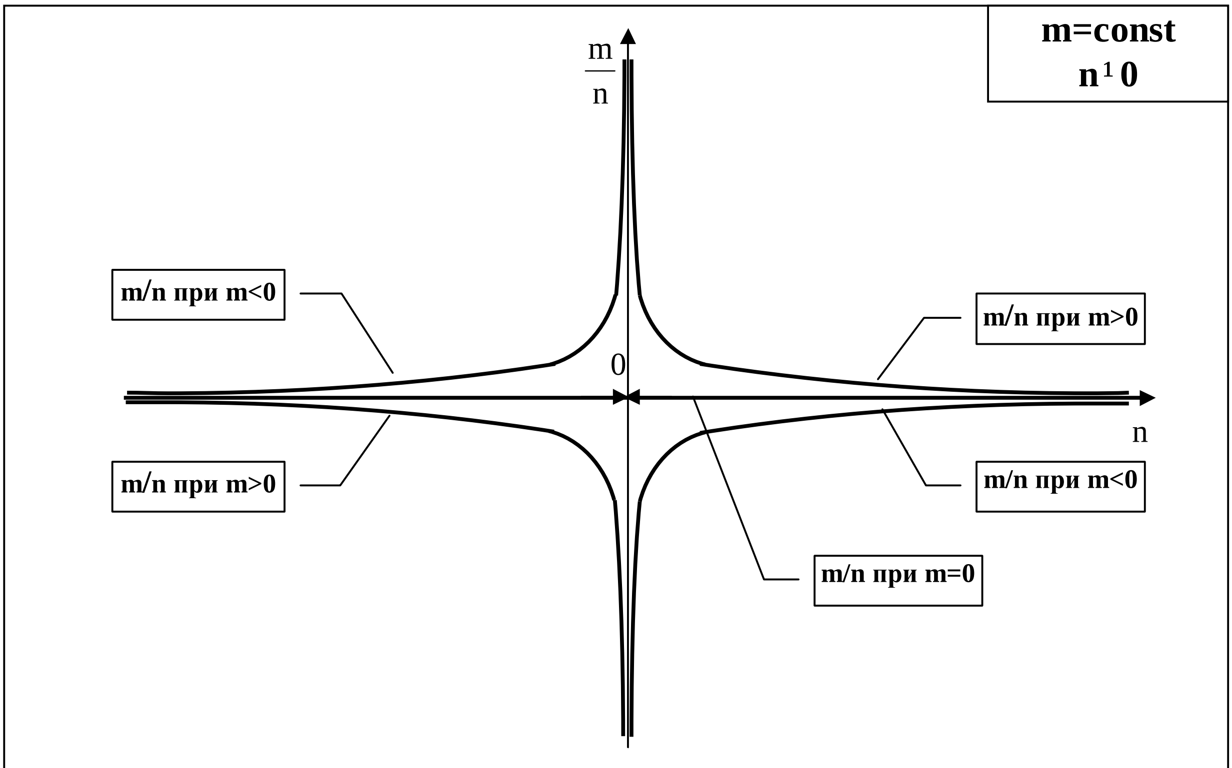

Рис.4. Зависимость отношения $\frac{m}{n}$ от величины n

Обобщив результаты I и II этапов анализа, представим их в виде следующей таблицы, включив в нее также и результаты анализа сравнения на базе исходного типа критериев $X - Y$ (см. табл.1). Ситуации, при которых X=0 и Y=0 нами здесь не рассматриваются. Мы надеемся проанализировать их в будущем.

Таблица 1

Обобщенные результаты анализа сравнения величин X и Y на основе двух исходных типов критериев сравнения

($X \neq 0$ и $Y \neq 0$)

X	$\to\infty$	$\to 0$	$\to -\infty$	const		
Y	const			$\to\infty$	$\to 0$	$\to -\infty$
$\left\lvert\frac{X}{Y}\right\rvert$	$\to\infty$	$\to 0$	$\to\infty$	$\to 0$	$\to\infty$	$\to 0$
$\lvert X - Y\rvert$	$\to\infty$	$\to\lvert Y\rvert$	$\to\infty$	$\to\infty$	$\to\lvert X\rvert$	$\to\infty$

Таким образом, результаты анализа сравнения величин X и Y на основе двух исходных типов критериев сравнения показывают, что **оценки неравенства двух сравниваемых величин, осуществленные на основе критериев сравнения $X - Y$ и $\frac{X}{Y}$, при определенных**

условиях неидентичны. Причем на степень этой неидентичности существенное влияние оказывают значения сравниваемых величин. Это явление было обнаружено Валерием Галасюком и названо эффектом «G-гиперболизма». Итак, **эффект «G-гиперболизма» - это неидентичность оценок неравенства двух сравниваемых величин, осуществленных на основе двух исходных типов критериев сравнения** $X - Y$ **и** $\frac{X}{Y}$**.**

Эффект «G-гиперболизма» можно наглядно продемонстрировать с помощью следующего примера. Сравним между собой числа 101 и 1; 1 000 и 900; 1 000 000 000 и 999 999 900, являющиеся последовательными значениями величин, характеризующих динамику трех процессов, обладающих одинаковой скоростью роста (см. рис.5).

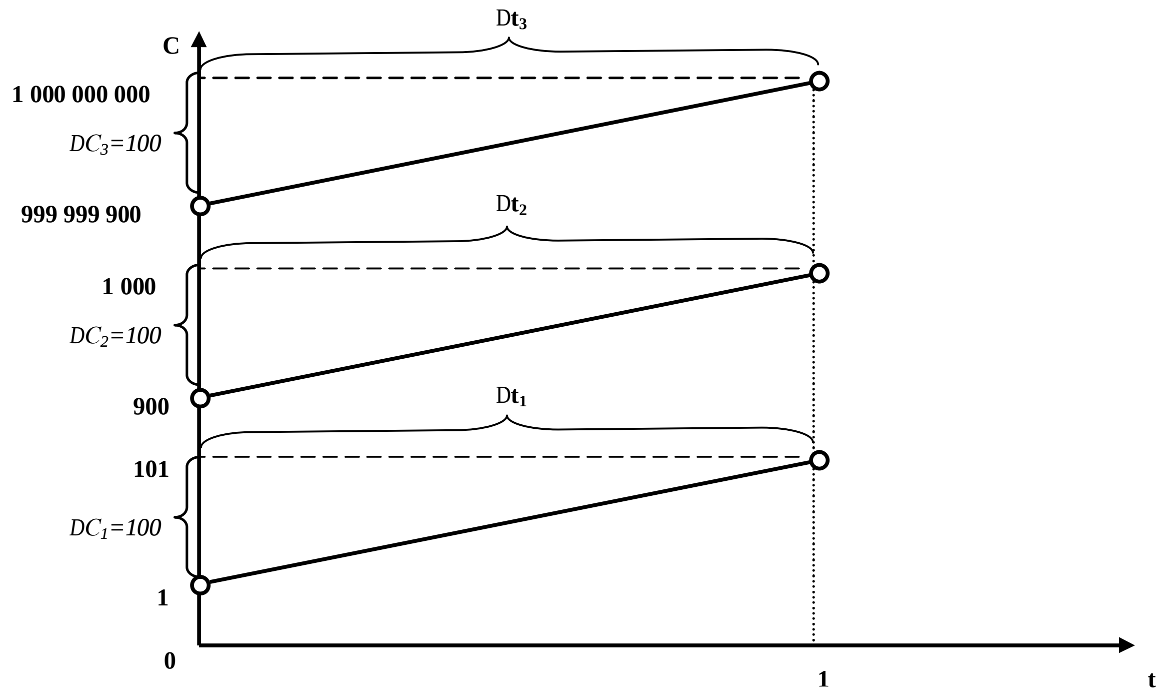

Рис.5. Процессы, обладающие одинаковой скоростью роста

Сравнивая числа каждой из трех представленных пар между собой с помощью критерия $X - Y$ легко обнаружить, что первое число в каждой паре сравниваемых чисел на 100 больше второго числа.

Как известно, угловой коэффициент прямой равен тангенсу угла ее наклона, который в свою очередь вычисляется как отношение противолежащего катета к прилежащему, то есть $\mathbf{b=\Delta C/\Delta t}$. Для каждой из прямых, представленных на рисунке 5, $\mathbf{\Delta C = DC_1 = DC_2 = DC_3 = 100}$ и $\mathbf{\Delta t = \Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3 = 1}$. Следовательно, для всех отрезков прямых, представленных на рисунке 5, угловой коэффициент **b**, отражающий скорость изменения численных значений, характеризующих процессы, одинаков.

Таким образом, сравнение между собой чисел каждой из трех представленных пар с помощью критерия $X-Y$ дает *<u>одинаковые результаты</u>*. То есть, все три рассматриваемые процесса имеют *<u>одинаковую скорость роста</u>*.

Сравнение же чисел каждой из трех представленных пар между собой с помощью критерия сравнения $\frac{X}{Y}$, демонстрирует *<u>различающиеся результаты</u>*. Так использование критерия сравнения $\frac{X}{Y}$ свидетельствует о том, что первое число превосходит второе число: в первой паре – в 101 раз; во второй паре – в 1,(1) раз; в третьей паре – в 1,0000001 раз. И это все при том, что разность сравниваемых чисел одинакова.

Возникает вопрос – какой из полученных трех результатов сравнения величин X и Y при помощи критерия исходоного типа $\frac{X}{Y}$ можно считать «истинным»?

Для ответа на поставленный вопрос проанализируем процесс сравнения двух величин на базе критерия сравнения типа $\frac{X}{Y}$. Следует отметить, что в традиционных представлениях в некоторых ситуациях использование относительных показателей, базирующихся на критерии сравнения типа $\frac{X}{Y}$, является единственно целесообразным вариантом, так как не имеет смысла сравнивать с помощью критерия $X-Y$ величины, обладающие различной размерностью.

Обозначим сравниваемые величины c_0 и c_1. Критерий сравнения типа $\frac{X}{Y}$ величин c_0 и c_1 можно представить следующим образом:

$$I_C = \frac{c_1}{c_0} . \tag{1}$$

Критерий сравнения типа $X-Y$ величин c_0 и c_1 можно представить следующим образом:

$$D_C = c_1 - c_0 . \tag{2}$$

Проанализировав содержание формул (1) и (2), нетрудно заметить, что единственным источником «G-гиперболизма» в них является отношение $\frac{c_1}{c_0}$. Это отношение «исчезает» либо при $\mathbf{c_1=c_0}$, либо при $\mathbf{c_0=1}$.

Таким образом, условия, при которых эффект «G-гиперболизма» не возникает, можно зафиксировать следующим образом:

$$c_1 = c_0 \quad \textit{или} \quad c_0 = 1. \tag{3}$$

Из условий (3) следует вывод: **эффект «G-гиперболизма» не возникает в трех случаях: при равенстве сравниваемых величин и/или при равенстве единице знаменателя критерия сравнения** $\frac{X}{Y}$**.**

Следует отметить, что сравнение величин на базе критерия сравнения $\frac{X}{Y}$ **не может породить эффекта «G-гиперболизма» только для вариантов 4, 10 и 13, отраженных на «четках Галасюка» (см. рис.1).**

Для нейтрализации эффекта «G-гиперболизма» мы предлагаем ввести **процедуру «G-нормализации»**. С учетом изложенного выше можно сделать вывод, что процедура «G-нормализации» может быть реализована либо путем приведения ситуации сравнения двух величин к условию $\mathbf{c_1=c_0}$, либо к условию $\mathbf{c_0=1}$.

Очевидно, что приведение ситуации сравнения любых двух величин к условию $\mathbf{c_1=c_0}$, означающему равенство сравниваемых величин, с практической точки зрения нецелесообразно. Следовательно, процедуру «G-нормализации» целесообразно реализовать путем приведения ситуации сравнения двух величин к условию $\mathbf{c_0=1}$, означающему равенство единице знаменателя критерия сравнения $\frac{X}{Y}$.

Потенциально добиться равенства единице величины знаменателя критерия сравнения $\frac{X}{Y}$, можно лишь двумя способами. Первый способ предполагает деление числителя и знаменателя на величину знаменателя:

$$I'_C = \frac{c_1 / c_0}{c_0 / c_0}. \tag{4}$$

Второй способ – «способ параллельного переноса» – предполагает вычитание и из знаменателя и из числителя величины знаменателя, и последующее прибавление и к знаменателю и к числителю единицы, что, по сути, обеспечивает равенство единице знаменателя критерия сравнения $\frac{X}{Y}$:

$$I_C^{н} = \frac{c_1 - c_0 + 1}{c_0 - c_0 + 1} = \frac{c_1 - c_0 + 1}{1} = c_1 - c_0 + 1. \tag{5}$$

При реализации первого способа образуется замкнутый круг – осуществляется попытка решить проблему, возникающую при делении с помощью процедуры деления. Эффект «G-гиперболизма» не может быть нейтрализован при помощи деления, так как именно оно и порождает этот эффект. Следовательно, для нейтрализации эффекта «G-гиперболизма» может быть использован лишь второй способ – «способ параллельного переноса».

Использование процедуры «G-нормализации» позволяет получить эталонную модель сравнения двух величин на базе критерия $\frac{X}{Y}$, позволяющую нейтрализовать влияние эффекта «G-гиперболизма».

Проиллюстрируем изложенное выше на примере анализа динамики элементарного процесса, характеризуемого в определенные моменты времени величинами c_0 и c_1. Зафиксируем точки, соответствующие значениям этих величин на координатной плоскости. Учитывая, что ось времени введена условно, для удобства поставим в соответствие c_0 и c_1 значения t равные 0 и 1 соответственно. Тогда точки, отображенные на координатной плоскости, будут иметь координаты $(0;c_0)$ и $(1;c_1)$ соответственно (см. рис.6).

Через указанные точки можно провести прямую, уравнение которой аналитически выражается следующим образом:

$$c_t = a + b \cdot t, \tag{6}$$

где a – свободный член уравнения прямой;
b – угловой коэффициент прямой;
t – значение аргумента.

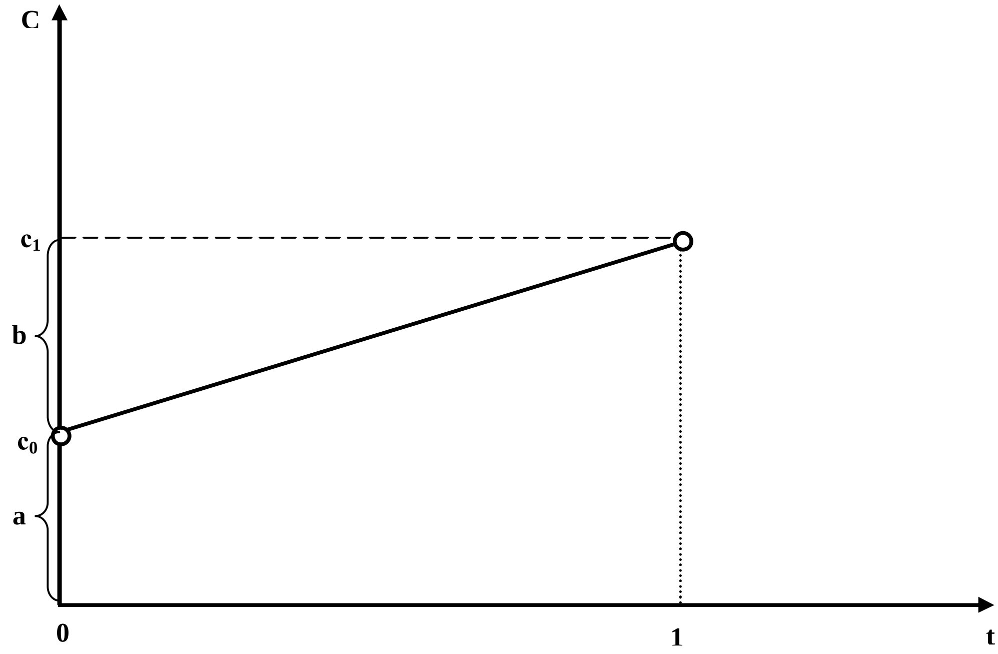

Рис.6. Модель сравнения двух последовательных значений величины, характеризующих динамику элементарного процесса.

Используя формулу (6), величины c_0 и c_1 можно выразить следующим образом:

$$c_0 = a + b \cdot 0 = a\ , \tag{7}$$

$$c_1 = a + b \cdot 1 = a + b\ . \tag{8}$$

Критерий сравнения $\frac{X}{Y}$ величин c_0 и c_1 можно представить следующим образом:

$$I_C = \frac{c_1}{c_0} = \frac{a+b}{a} = 1 + \frac{b}{a}\ . \tag{9}$$

Критерий сравнения $X - Y$ величин c_0 и c_1 можно представить следующим образом:

$$D_C = c_1 - c_0 = a + b - a = b\ . \tag{10}$$

Для рассматриваемой ситуации процедура «G-нормализации» предполагает осуществление следующего преобразования:

$$I_C^{н} = \frac{c_1 - c_0 + 1}{c_0 - c_0 + 1} = c_1 - c_0 + 1 = D_C + 1 = b + 1. \qquad (11)$$

Формула (11) аналитически выражает процедуру «G-нормализации», которая, по сути, заключается в параллельном переносе отрезка прямой, проходящего через точки, отражающие сравниваемые величины на координатной плоскости, обеспечивающем равенство единице знаменателя критерия сравнения $\frac{X}{Y}$, который в приведенной модели является свободным членом уравнения данной прямой (**a=1**).

Возвратимся к проиллюстрированному рисунком 5 примеру сравнения трех пар чисел и применим процедуру «G-нормализации» для сравнения чисел каждой из трех пар. Результат сравнения величин 101 и 1 на базе критерия $\frac{X}{Y}$, нормализованный с использованием процедуры «G-нормализации», равен 101 (101–1+1). Результат сравнения величин 1000 и 900 на базе критерия $\frac{X}{Y}$, нормализованный с использованием процедуры «G-нормализации», равен 101 (1000–900+1). Результат сравнения величин 1 000 000 000 и 999 999 900 на базе критерия $\frac{X}{Y}$, нормализованный с использованием процедуры «G-нормализации», равен 101 (1 000 000 000–999 999 900+1). Как видно, полученные результаты сравнения чисел каждой из трех пар после осуществления процедуры «G-нормализации» идентичны.

То есть, несмотря на то, что сравнение чисел каждой из трех представленных пар чисел между собой с помощью критерия сравнения $\frac{X}{Y}$, фиксирует *<u>различающиеся</u> результаты*, результаты сравнения чисел каждой из трех пар чисел, нормализованные с использованием процедуры «G-нормализации», *<u>идентичны</u>*.

Таким образом, мы приходим к выводу, о том, что только результат сравнения второй пары чисел ($\frac{101}{1} = 101$) из четырех представленных пар чисел является «истинным», поскольку оценка отношения двух сравниваемых величин (101 и 1) лишена искажений, порождаемых эффектом G-гиперболизма, вследствие того, что знаменатель отношения в данном случае равен единице.

Парадоксальность полученных результатов не позволяет остановиться на достигнутом в теоретическом отношении и указывает на необходимость дальнейших исследований эффекта «G-гиперболизма» и процедуры «G-нормализации». Ведь с точки зрения традиционной математики достаточно сложно представить, каким образом число 1 000 000 000 может быть больше числа 999 999 900 в 101 раз. Однако следует в полной мере отдавать себе отчет в том, что сама математика не является чем-то неизменным и созданным раз и навсегда. Наглядным примером служит существование помимо изучаемой в школе «традиционной» евклидовой геометрии, множества других геометрий: Гильберта, Римана, Лобачевского и др. На фоне «обычной» евклидовой геометрии, к которой мы привыкли, эти другие геометрии кажутся мягко говоря странными, хотя их непогрешимая логика ни в чем не уступает логике евклидовой геометрии.

Как сказал Анри Пуанкаре: «Никакая геометрия не может быть более истинна, чем другая; та или иная геометрия может быть только более удобной» [9,с.41]. Поэтому следует признать, что евклидова геометрия используется наиболее часто, и ее позиции настолько сильны, что вряд ли можно ожидать в ближайшем будущем отказа от нее и перехода к использованию в повседневной деятельности, например, геометрии Лобачевского. Аналогичный вывод напрашивается в отношении использования традиционного сравнения при помощи процедуры деления и сравнения с применением процедуры «G-нормализации», нейтрализующей влияние эффекта «G-гиперболизма». Поэтому мы оставим более глубокое исследование процедуры «G-нормализации» и результатов ее применения на будущее.

В теоретическом, методологическом и практическом аспектах фиксация и использование эффекта «G-гиперболизма» представляется нам чрезвычайно важной, поскольку эффект «G-гиперболизма» оказывает влияние на сравнение практически всех величин с использованием критерия сравнения $\frac{X}{Y}$, а также на вычисление практически всех относительных величин, используемых в современной статистике, в том числе на вычисление относительных величин выполнения плана, структуры, координации, сравнения, интенсивности, развития и др. Кроме того, эффект «G-гиперболизма» искажает оценки рядов динамики, как базисных, так и цепных, а также оценки индексов, широко используемых в современной экономике для принятия и обоснования бесчисленного множества различных экономических решений.

В нашей следующей статье мы приведем примеры анализа ряда конкретных экономических ситуаций с учетом влияния эффекта «G-гиперболизма», а также представим модель «G-оптимизации», успешно используемую специалистами консалтинговой группы «КАУПЕРВУД» (www.cowperwood.dnepr.net).

Список источников:

1. Галасюк В.В. Проблемы теории принятия экономических решений: Монография.- Днепропетровск: Новая идеология, 2002. – 304 стр.
2. Галасюк В.В. Про два вихідні типи критеріїв економічної ефективності затрат//Державний інформаційний бюллетень про приватизацію.-1999.-№ 9-С.78-80.
3. Галасюк В.В. О невозможности использования одного из двух исходных типов критериев экономической эффективности затрат//Государственный информационный бюллетень о приватизации.-2000.-№5.-С.78-80.
4. Галасюк В.В. Про неможливість побудови системи розрахунків з визначення економічної ефективності на підставі одного вихідного типу критеріїв//Державний інформаційний бюллетень про приватизацію.-2000.-№8.-С.77-79.
5. Галасюк В.В. Сколько должно быть исходных типов критериев экономической эффективности затрат?//Економіка: проблеми теорії та практики./Наука і освіта, Дніпропетровськ.-2000.-Випуск 34.-С.65-72.
6. www.galasyuk.dnepr.net
7. Галасюк В.В. Сколько должно быть исходных типов критериев экономической эффективности затрат: один, два, три…?//Фондовый рынок.-2000.-№3.-С.39-42.
8. Галасюк В.В. О двух исходных типах критериев экономической эффективности затрат//Вопросы оценки,Москва.-2000.-№1.-С.37-40.
9. Пуанкаре Анри. О науке: Пер. с франц.-М.-Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983.-560 с.

20.10.2002

Координаты авторов:
Консалтинговая группа «КАУПЕРВУД»,
Украина, г. Днепропетровск, ул. Гоголя 15-а,
тел./факсы: (38 0562) 47-16-36, 47-83-98, (38 056) 370-19-76
e-mail: vv@cowperwood.dnepr.net, victor@mail.dnepr.net, vit@inkon.dnepr.net,
www: **www.cowperwood.dnepr.net**, **www.galasyuk.dnepr.net**, **www.inkon.dnepr.net**